К вопросу о применимости решений стандартных дифференциальных уравнений в теории фундаментальных взаимодействий

Валерий Корюкин
Марийский государственный университет
kvm@marsu.ru

Содержание

Конечно, наиболее полно описывать случайные процессы позволяет фейнмановский аппарат континуального интегрирования квантовой теории, но при переходе к классическому – сокращенному описанию без потери содержательности мы воспользуемся вариационным формализмом получения дифференциальных уравнений. Решения данных дифференциальных уравнений будем интерпретировать как наиболее правдоподобные реализации локальных луп Ли, характеризующих симметрии физических систем. При этом будем следовать Н.И. Лобачевскому, который считал геометрические структуры воображаемыми, среди которых необходимо выделять адекватно соответствующие экспериментальным данным. В результате были получены дифференциальные уравнения векторного поля, квантом которого является массивная частица со спином 1, генерирующие пропагатор без слагаемого, нарушающего перенормируемость квантовой теории.

1. Экспериментальные данные и физическая теория

На рубеже XIX и XX веков детерминистский принцип построения физической теории потерпел фиаско, и, казалось бы, второй раз мы не будем свидетелями подобного в науке. Как известно, фундаментом в детерминистском подходе является вера во всесильность теории дифференциальных уравнений и физику-теоретику необходимо лишь угадать вид уравнений, чтобы реальные процессы оказались предсказуемыми. Наиболее полно это проявилось в общей теории относительности (ОТО), базирующейся на гравитационных уравнениях Эйнштейна, где любая критика воспринималась ее сторонниками в штыки. Более того аналогом подобного поведения стала и физика элементарных частиц, где за основу были выбраны уравнения Прока, обобщающие хорошо себя зарекомендовавшие уравнения Максвелла. Неперенормируемость квантовой теории была воспринята как досадная помеха, устранению которой посвятили многие физики-теоретики. Венцом данной работе считается создание стандартной модели электрослабых взаимодействий, в которую пришлось вводить скалярные поля и предсказывать существование фундаментальных скалярных бозонов Хиггса.

Как известно, в настоящее время не обнаружена ни одна фундаментальная скалярная частица (например: бозон Хиггса, аксион [1]), хотя мы имеем множество составных скалярных (псевдоскалярных) мезонов (адронов со спином 0). Более того, мы не знаем ни чего о гравитоне – фундаментальном тензорном бозоне со спином 2, который по определению должен отвечать за гравитационное взаимодействие в квантовой теории. В то же время мы имеем значительное число наблюдаемых фундаментальных фермионов со спином ½, если в этот класс наряду с лептонами отнести и цветные кварки. Тем самым экспериментальные данные намекают нам о наличии фундаментального свойства, связанного с природой спина элементарных частиц, которое необходимо обосновать в физической теории.

Как было замечено выше, несмотря на все попытки, фундаментальные скалярные частицы обнаружить не удалось (сторонники существования скалярных бозонов Хиггса с надеждой ждут результатов работы большого адронного коллайдера в ЦЕРН'е, намеченные на 2009 год, но необходимо отметить, что оправдание для отрицательного результата у них уже имеется, хотя бы в дальнейшем увеличении масс покоя данных частиц), а все известные скалярные частицы являются составными (скалярные мезоны). Данная проблема привлекает внимание еще и тем, что лагранжиан скалярных полей в стандартной модели электрослабых взаимодействий носит явно макроскопический характер, необходимый для приведения в действие механизма спонтанного нарушения симметрии. Подобный механизм [2] спонтанного нарушения симметрии рассматривался в теории сверхпроводимости для куперовских пар, и было бы логично в стандартной модели электрослабых взаимодействий вместо скалярных частиц использовать пары из фоновых фермионов Вселенной. Это могло бы снять вопросы о малости константы взаимодействия заряженных фермионов со скалярным полем и зависимости ее от их ароматов [3].

В теории элементарных частиц спонтанное нарушение симметрии, реализуемое через составные поля и носящее название динамического нарушения симметрии, рассматривалось с 1961 года в работах многих авторов (литературу по данному вопросу можно найти в статьях [4,5]). В связи с этим нельзя не отметить работу [5], в которой по нашему мнению сделаны важные комментарии о роли кваркового конденсата в наделении адронов массой. Заметим, что проблема массы в калибровочной теории произвольных взаимодействий стояла остро лишь для трех фундаментальных частиц: W^+, W^-, Z^0. Фотон и глюоны являются безмассовыми частицами. Остальные бозоны - составные, и вся проблема с массой перекладывается на фермионы, для которых в калибровочной теории ее просто не существует.

2. Формализм Фейнмана и дифференциальные уравнения

Очевидно, что решение фундаментальной задачи описания произвольной физической системы наталкивается на неполноту информации о материи Вселенной, о чем свидетельствуют последние экспериментальные данные с Тэватрона в Батавии [6]. Это заставляет нас для получения ее модельнонезависимого решения воспользоваться вероятностной интерпретацией полевых функций. Естественно, что для этой цели наиболее привлекательна фейнмановская формулировка квантовой теории [7]. Вследствие этого классическое описание должно удовлетворять требованию наибольшего правдоподобия.

Заметим, что в XX веке были сделаны громадные попытки разрушить иллюзию детерминизма, которая утвердилась в науке в конце XIX века. Конечно, главную лепту в это внесла квантовая механика, создание которой было инициировано результатами экспериментов в атомной и ядерной физики. Но и в основе основ, на которой базировался детерминизм - классической механике - были отмечены «недостатки», приводящие к утрате иллюзий [8]. Несмотря на то, что с иллюзиями было покончено, от идеи детерминизма трудно отказаться, так как планирование физических экспериментов основано на расчетах, опирающихся на методы, наработанные в науке при его господстве.

К этим методам, в первую очередь, необходимо отнести исчисление бесконечно малых. Успехи в этой области трудно переоценить. Можно указать на одну лишь область в математике - теорию групп Ли, которая оказала огромное влияние на всю теоретическую физику. Конечно же, полезные результаты могли быть здесь получены благодаря «хорошим» свойствам пространства-времени. В первую очередь, это - свойство хаусдорфовости (отделимости), которое постулируется, несмотря на квантовый характер законов, действующих в микромире. Во-вторых, в теории групп Ли важную роль играет наличие гладких конгруэнций, получаемых как решения дифференциальных уравнений. В то же время нельзя не отметить, что в квантовой механике отрицается само существование траекторий элементарных частиц, что ведет в лучшем случае к приближенному характеру групповых симметрий.

Вследствие этого строить физическую теорию мы будем, используя методы решения обратных задач. В частности в физике элементарных частиц за основу должна быть взята полученная из экспериментальных данных матрица рассеяния. Далее определяя наиболее правдоподобную симметрию физической системы, будем вводить базис из операторов перехода, желательно конечный. Естественно, что вместо производных Ли необходимо использовать более общие операторы, которые индуцировали бы и более общие алгебраические структуры по сравнению с группами Ли, в частности, локальные лупы Ли [9] и которые позволили бы учесть отсутствие детерминизма в реальных физических процессах.

Рассмотрим пакет функций $\{\Psi(\omega)\}$ и пусть

$$\Psi \to \Psi + \delta\Psi = \Psi + \delta T(\Psi) \tag{1}$$

- наиболее общие инфинитезимальные подстановки, где δT являются инфинитезимальными операторами перехода. Через общую точку $\omega \in M_r$ проведем гладкие кривые, с помощью которых определим соответствующее множество векторных полей $\{\delta\xi(\omega)\}$. Далее определим отклонения полей $\Psi(\omega)$ в точке $\omega \in M_r$ как:

$$\delta_\circ \Psi = \delta X(\Psi) = \delta T(\Psi) - \delta\xi(\Psi) \qquad (2)$$

и потребуем, чтобы эти отклонения хотя бы в "среднем" были минимальны. Если поставить задачу – найти гладкие поля $\Psi(\omega)$ в рассматриваемой области Ω_r пространства параметров M_r, то в общем случае она может оказаться нереальной (возможно, $r >> 1$ и не исключается $r \to \infty$). Именно поэтому, будет представлять интерес задача поиска сужений $\Psi(x)$ на многообразии M_n ($x \in M_n \subset M_r$, $n \le r$).

Пусть квадрат полунормы $|X(\Psi)|$ имеет вид следующего интеграла

$$\mathrm{A} = \int_{\Omega_n} \Lambda\, d_n V = \int_{\Omega_n} \kappa \overline{X}(\Psi) \rho X(\Psi) d_n V\,. \qquad (3)$$

(будем называть, как и в теории поля, А - действием, Λ - лагранжианом). Здесь и далее κ - постоянная; $\rho = \rho(x)$ - матрица плотности (tr $\rho = 1$, $\rho^+ = \rho$, верхний индекс "+" является символом эрмитового сопряжения), а черта сверху означает обобщенное дираковское сопряжение, которое в частном случае должно совпадать со стандартным, то есть являться суперпозицией эрмитового сопряжения и пространственной инверсии. Решения $\Psi(x)$ (возможно даже одно решение) уравнений, которые получаются из требования минимальности интеграла (3) могут быть использованы для построения полного набора функций $\{\Psi(x)\}$ (генерируемых операторами перехода).

Конечно, для этой цели можно использовать аналог метода наибольшего правдоподобия, применяемый в математической статистике, но не для вероятности, а для амплитуды вероятности. Как известно [7], согласно гипотезе Фейнмана амплитуда вероятности перехода системы из одного состояния $\Psi(x)$ в другое $\Psi'(x')$ равна следующему интегралу

$$K(\Psi,\Psi') = \int_{\Omega(\Psi,\Psi')} \exp(i\mathrm{A}) D\Psi =$$

$$\lim_{N\to\infty} I_N \int d\Psi_1 \ldots \int d\Psi_k \ldots \int d\Psi_{N-1} \exp\left(i \sum_{k=1}^{N-1} \Lambda(\Psi(x_k)) \Delta V_k \right) \qquad (4)$$

($i^2 = -1$; постоянная I_N выбирается так, чтобы предел существовал). Вследствие этого функции $\Psi(x)$, получаемые из требования минимальности действия А, также являются лишь наиболее правдоподобными. При таком подходе лагранжиан Λ играет более фундаментальную роль, чем дифференциальные уравнения, которые из него получаются.

3. Реализации локальных луп Ли

Естественно, что при описании физических систем наиболее удобно считать ее замкнутой, характеризующейся законами сохранения. Вследствие этого генераторы перехода должны определять в общем случае инфинитезимальные подстановки локальной лупы Ли, учитывающие спонтанное нарушение симметрий (в частности при распадах элементарных частиц [10]) и позволяющие получать, хотя бы в некотором приближение, дифференциальные законы сохранения [11].

Пусть E_{n+N} - векторное расслоенное пространство с базой M_n, являющейся пространством аффинной связности, и проекцией π_N, $\Psi(x)$ - произвольное сечение расслоения E_{n+N}, ∂_i - символ частной производной. Рассмотрим инфинитезимальные подстановки, определяющие отображения векторных пространств соседних точек x и $x+\delta x$ ($x \in U$, $x+\delta x \in U$, $U \subset M_n$) и сохраняющие возможную линейную зависимость между векторами. Данные подстановки запишем следующим образом:

$$\Psi'(x+\delta x) = \Psi(x) + \delta\Psi(x) = \Psi(x) + \delta T(x,\Psi). \tag{5}$$

При этом изменение векторного поля за счёт перехода в соседнюю точку имеет вид: $\Psi(x+\delta x) - \Psi(x) \approx \delta x^i \partial_i \Psi(x)$, а изменение поля $\Psi(x)$ в точке $x+\delta x$ будет равняться:

$$\begin{aligned} &\delta_\circ \Psi(x+\delta x) = \Psi'(x+\delta x) - \Psi(x+\delta x) = \\ &= \Psi'(x+\delta x) - \Psi(x) - [\Psi(x+\delta x) - \Psi(x)] \approx \delta T(x,\Psi) - \delta x^i \partial_i \Psi(x). \end{aligned} \tag{6}$$

(здесь и далее ∂_i - частные, а ∇_i - ковариантные производные). Введем обозначение

$$\delta_\circ \Psi(x) = \delta X(\Psi) = \delta T(x,\Psi) - \delta x^i \partial_i \Psi(x). \tag{7}$$

Пусть формула (5) определяет инфинитезимальную подстановку локальной лупы Ли $G_r(x)$, причём единица e локальной лупы Ли, координаты которой положим равными нулю, соответствует тождественной подстановке. Тогда инфинитезимальные подстановки локальной лупы Ли в координатах запишутся следующим образом:

$$x^i \to x^i + \delta x^i = x^i + \delta\omega^a(x)\xi_a^i(x), \tag{8}$$

$$\Psi^A(x) \to \Psi^A(x) + \delta\omega^a(x) T_a{}^A(x,\Psi), \tag{9}$$

где x^i - координаты точки x, $x^i + \delta x^i$ - координаты точки $x + \delta x$, $\Psi^A(x)$ - компоненты векторного поля $\Psi(x)$, и $\delta\omega^a(x)$ - компоненты инфинитезимального векторного поля $\delta\omega(x)$, являющегося сечением векторного расслоенного пространства E_{n+r} с базой M_n, и проекцией π_r (здесь и далее латинские индексы *a, b, c, d, e, f, g, h* будут пробегать значения целых чисел от 1 до r, латинские индексы *i, j, k, l, m* - значения целых чисел от 1 до n, а латинские заглавные индексы *A, B, C, D, E* - значения целых чисел от 1 до *N*).

В результате формула (7) перепишется следующим образом:

$$\delta_\circ \Psi = \delta\omega^a X_a(\Psi), \tag{10}$$

где $X_a(\Psi) = T_a(\Psi) - \xi_a^i \partial_i \Psi$ или в координатах $X_a^A(\Psi) = T_a{}^A(\Psi) - \xi_a^i \partial_i \Psi^A$. В общем случае тип геометрических объектов при подобных подстановках может и не сохраняться. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать лишь такие подстановки, которые сохраняют тип геометрических объектов.

Во-первых, в формуле (10) перейдём к ковариантной производной. Пусть

$$\delta_\circ \Psi^A = \delta\omega^a X_a^A(\Psi) = \delta\omega^a (L_a{}^A(\Psi) - \xi_a^i \nabla_i \Psi^A), \tag{11}$$

где

$$L_a{}^A(\Psi) = T_a{}^A(\Psi) + \xi_a^i \Gamma_{iB}^A \Psi^B, \qquad \nabla_i \Psi^A = \partial_i \Psi^A + \Gamma_{iB}^A \Psi^B,$$

и потребуем, во-вторых, чтобы $L_a{}^A(\Psi)$ и $\xi_a^i(x)$ являлись компонентами тензорных полей. Отсюда, если $\Psi(x)$ являлись компонентами векторного поля, то и $\Psi(x) + \delta_\circ \Psi(x)$ также являются компонентами векторного поля.

Поля $X_a(\Psi)$ будем называть генераторами локальной лупы Ли $G_r(x)$, если умножение $[X_a X_b]$ удовлетворяет следующим двум аксиомам:

$$[X_a X_b] + [X_b X_a] = 0, \quad [[X_a X_b] X_c] + [[X_b X_c] X_a] + [[X_c X_a] X_b] = 0. \tag{12}$$

Если

$$[X_a X_b] = X_a X_b - X_b X_a = C_{ab}^c X_c. \tag{13}$$

$$L_a{}^A(\Psi) = L_{aB}^A \Psi^B, \tag{14}$$

то тензорные поля $L_{aB}^A(x)$ и $\xi_a^i(x)$ должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$L_{aC}^B L_{bB}^A - L_{bC}^B L_{aB}^A + \xi_a^i \nabla_i L_{bC}^A - \xi_b^i \nabla_i L_{aC}^A - \xi_a^i \xi_b^j R_{ijC}{}^A = -C_{ab}^c L_{cC}^A, \tag{15}$$

$$\xi_a^i \nabla_i \xi_b^k - \xi_b^i \nabla_i \xi_a^k - 2\xi_a^i \xi_b^j S_{ij}^k = -C_{ab}^c \xi_c^k, \tag{16}$$

где $S_{ij}{}^k(x)$ - компоненты тензора кручения, а $R_{ijC}{}^A(x)$ - компоненты тензора кривизны связности $\Gamma_{iC}^A(x)$. Кососимметричные по нижним индексам ввиду (13) компоненты $C_{ab}{}^c(x)$ структурного тензора должны удовлетворять, согласно (12), обобщённым тождествам Якоби :

$$C_{[ab}^d C_{c]d}^e - \xi_{[a}^i \nabla_{|i|} C_{bc]}^e + \xi_{[a}^i \xi_b^j R_{|ij|c}{}^e = 0 \tag{17}$$

($R_{ijc}{}^e(x)$ - компоненты кривизны связности $\Gamma_{ia}^b(x)$).

4. Калибровочные поля

Потребуем, чтобы действие оставалось инвариантным относительно инфинитезимальных подстановок локальной лупы Ли $G_r(x)$ (8) и (9), сохраняющих тип геометрических объектов. Для того чтобы исключить появление жестких ограничений на лагранжиан, когда $\nabla_i \delta\omega^a \neq 0$, введем его зависимость от дополнительных полей $B(x)$, приращения которых содержали бы ковариантные производные инфинитезимальных параметров $\nabla_i \delta\omega^a(x)$, вследствие чего они будут называться калибровочными.

Пусть в лагранжиане (3)

$$BB^+ = \rho \operatorname{tr}\left(BB^+\right). \tag{18}$$

Поля $\Psi(x)$ в дальнейшем будем называть затравочными. Обозначим компоненты калибровочных полей $B(x)$ следующим образом: $B_a^c(x)$. При этом закон преобразования полей $B(x)$ должен иметь вид:

$$B_a^c \to B_a^c + \delta_\circ B_a^c + \delta\omega^b \xi_b^i \partial_i B_a^c \,, \tag{19}$$

где приращения $\delta_\circ B_a^c$ в точке $x \in M_n$ определяются равенством

$$\delta_\circ B_a^c = \delta\omega^b U_{ba}^c(B) + \nabla_i \delta\omega^b Z_{ba}^{ic}(B). \tag{20}$$

Здесь и далее $U_{ba}^c(B)$ и $Z_{ba}^{ic}(B)$ - произвольные функции калибровочных полей, которые необходимо определить.

Возможно, ранг матрицы плотности ρ равен n, но нельзя исключить, что данное равенство выполняется лишь приближенно, когда некоторыми компонентами матрицы плотности можно пренебречь. В любом случае будем считать, что среди полей B_a^b выделились смеси Π_a^i с ненулевыми вакуумными средними h_a^i, которые определяют дифференцируемые векторные поля $\xi_a^i(x)$ для рассматриваемой области Ω_n в виде:

$$\Pi_a^i = B_a^b \, \xi_b^i \tag{21}$$

(поля $\xi_a^i(x)$ определяют дифференциал проекции $d\pi$ из $\Omega_r \subset M_r$ в Ω_n). Это позволяет определить риманово пространство-время $\overset{\circ}{M}_n$, основной тензор $g_{ij}(x)$ которого введем посредством редуцированной матрицы плотности $\rho'(x)$. В результате можно будет впоследствии "спрятать" часть полей при помощи нетривиальной геометрической структуры.

Итак, пусть компоненты ρ_i^j редуцированной матрицы плотности $\rho'(x)$ определяются следующим образом:

$$\rho_i^j = \xi^{+a}{}_i \, \rho_a^b \, \xi_b^j \Big/ \left(\xi^{+c}{}_k \, \rho_c^d \, \xi_d^k\right) = \Pi^{+a}{}_i \, \Pi_a^j \Big/ \left(\Pi^{+b}{}_k \, \Pi_b^k\right), \tag{22}$$

и пусть поля

$$g^{ij} = \eta^{k(i} \rho_k^{j)} \left(g^{lm} \, \eta_{lm}\right) \tag{23}$$

являются компонентами тензора обратному основному тензору пространства-времени $\overset{\circ}{M}_n$. При этом, компоненты $g_{ij}(x)$ основного тензора должны являться решениями следующих уравнений:

$$g^{ij}\, g_{ik} = \delta_k^j \tag{24}$$

(здесь и далее η_{ij} - компоненты метрического тензора касательного пространства к $\overset{\circ}{M}_n$, а η^{ik} определяются как решения уравнений: $\eta^{ij}\eta_{ik} = \delta_k^j$; δ_j^i - символы Кронекера).

Запишем интеграл (3) следующим образом

$$\mathrm{A}_t = \int\limits_{\Omega_n} \Lambda_t d_n V = \int\limits_{\Omega_n} \left[\Lambda_\circ(B) + \Lambda_1(\Psi)\right] d_n V \ , \tag{25}$$

где

$$\Lambda_1 = \kappa \overline{X^b}(\Psi) \rho_b^a X_a(\Psi) = \kappa \overline{D^a}\Psi\, D_a \Psi \Big/ \left(B^{+c}_{\ \ b}\, B_c^b \right), \tag{26}$$

$$D_a \Psi = -B_a^c\, X_c(\Psi) = B_a^c \left(\xi_c^i \nabla_i \Psi - L_c \Psi \right). \tag{27}$$

Так как действие (25) должно быть инвариантно при инфинитезимальных подстановках локальной лупы Ли G_r, то лагранжиан $\Lambda_\circ(B)$ должен зависеть от калибровочных (бозонных) полей $B(x)$ посредством напряженностей $F_{ab}^c(B)$, имеющих вид [11]

$$F_{ab}^c = \Theta_d^c \left(\Pi_a^i \nabla_i B_b^d - \Pi_b^i \nabla_i B_a^d + \Xi_{ab}^d \right), \tag{28}$$

где

$$\Theta_b^c = \delta_b^c - \xi_b^i \Pi_i^a \left(B_a^c - \beta_a^c \right), \quad \Xi_{ab}^e = B_d^e \left(B_a^c L_{c\,b}^{\ d} - B_b^c L_{c\,a}^{\ d} \right) - B_a^c B_b^d C_{cd}^e \ . \tag{29}$$

Здесь и далее выбор полей Π_i^a и β_c^a ограничен соотношениями:

$$\Pi_j^a \Pi_a^i = \delta_j^i \ , \qquad \beta_c^a\, \xi_a^i = h_c^i \ . \tag{30}$$

Далее удобно воспользоваться следующим лагранжианом:

$$\Lambda_\circ = \frac{\kappa_\circ'}{4} F_{ab}^c F_{ge}^d \left[t^{ag} \left(s_c^e s_d^b - \upsilon s_c^b s_d^e \right) + t^{be} \left(s_d^a s_c^g - \upsilon s_c^a s_d^g \right) + u_{cd} \left(t^{ag} t^{be} - \upsilon t^{ab} t^{ge} \right) \right] \tag{31}$$

($\kappa_\circ'$, υ - постоянные) [11]. Если $s_a^b = \delta_a^b$, $t^{ab} = \eta^{ab}$, $u_{ab} = \eta_{ab}$ (η_{ab} - компоненты метрического тензора плоского пространства, а η^{ab} - компоненты тензора обратного к основному), то данный лагранжиан наиболее применим для описания горячей материи (все состояния материи равновероятны), так как является наиболее симметричным относительно напряженностей калибровочных полей F_{ab}^c. Более того, мы будем требовать выполнения соотношений:

$$L_{c\,d}^{\ a} \eta^{db} + L_{c\,d}^{\ b} \eta^{da} = 0, \tag{32}$$

чтобы операторы перехода $L_{a_c}^{b}$ генерировали симметрию, которая следует из сделанных предположений.

Свяжем ненулевые вакуумные средние β_a^b калибровочных полей B_a^b со спонтанным нарушением симметрии, которое необходимо рассматривать как фазовый переход с образованием бозе-конденсата из фермионных пар. Переход к стадии эволюции материи наблюдаемой области пространства, для которой предполагаемое наличие кластерных состояний слабо взаимодействующих частиц будет выражаться в следующей формуле для тензоров s_a^b, t^{ab}, u_{ab} и h_i^a:

$$s_a^b = s\xi_a^i h_i^b + \xi_a^{\underline{c}}\varepsilon_{\underline{c}}^b, \qquad t^{ab} = t\varepsilon_{(l)}^a \varepsilon_{(k)}^b \eta^{(l)(k)} + \varepsilon_{\underline{c}}^a \varepsilon_{\underline{d}}^b \eta^{\underline{cd}},$$

$$u_{ab} = u\xi_a^i \xi_b^j h_i^c h_j^d \eta_{cd} + \xi_a^{\underline{c}} \xi_b^{\underline{d}} \eta_{\underline{cd}}, \qquad h_i^a = h_i^{(k)} \varepsilon_{(k)}^a. \tag{33}$$

$((i),(j),(k),(l),... = 1,2,...,n; \underline{a},\underline{b},\underline{c},\underline{d},\underline{e} = n+1, n+2,...,n+\underline{r};\ \underline{r}/\ r$ « $1)$, где поля $h_i^{(j)}(x)$, принимая во внимание соотношения (33), однозначно определяются из уравнений: $h_k^a\, h_a^i = \delta_k^i$. Подобным образом тензоры $\eta^{(i)(j)}$, $\eta^{\underline{ab}}$ определяются из уравнений: $\eta^{(i)(k)}\, \eta_{(j)(k)} = \delta_{(j)}^{(i)}$, $\eta^{\underline{ab}}\, \eta_{\underline{cb}} = \delta_{\underline{c}}^{\underline{a}}$, в то время как тензоры $\eta_{(i)(j)}$, $\eta_{\underline{ab}}$ определяются следующим образом: $\eta_{(i)(k)} = \eta_{ab}\, \varepsilon_{(i)}^a\, \varepsilon_{(k)}^b$, $\eta_{\underline{ab}} = \eta_{cd}\, \varepsilon_{\underline{a}}^c\, \varepsilon_{\underline{b}}^d$. Мы свяжем постоянные $\varepsilon_{(i)}^a$, $\varepsilon_{\underline{b}}^a$ с выбором калибровочных полей $\Pi_i^a(x)$, переписывая их в виде

$$\Pi_i^a = \varepsilon_{(k)}^a \Phi_i^{(k)} + \varepsilon_{\underline{b}}^a \mathrm{P}_i^{\underline{b}} \tag{34}$$

и пусть $\varepsilon_{\underline{b}}^a = 0$. Кроме того, мы будем применять разложение полей $B_b^a(x)$ в виде

$$B_c^a = \zeta_i^a \Pi_c^i + \zeta_{\underline{b}}^a A_c^{\underline{b}}, \tag{35}$$

где $A_c^{\underline{b}} = \xi_a^{\underline{b}} B_c^a$.

Отметим, что мы разбиваем физическую систему, описываемую полями $B_b^a(x)$ на две подсистемы. Одна из них, описываемая полями $\Pi_a^i(x)$, будет играть роль медленной подсистемы. При этом компоненты промежуточных тензорных полей $\xi_a^i(x)$, $\xi_a^{\underline{b}}(x)$, $\zeta_i^a(x)$, $\zeta_{\underline{b}}^a(x)$ должны быть связаны соотношениями: $\zeta_i^a\, \xi_a^j = \delta_i^j$, $\zeta_i^a\, \xi_a^{\underline{b}} = 0$, $\zeta_{\underline{b}}^a\, \xi_a^j = 0$, $\zeta_{\underline{b}}^a\, \xi_a^{\underline{c}} = \delta_{\underline{b}}^{\underline{c}}$. Итак, учитывая неразличимость физических состояний слабо взаимодействующих частиц, мы будем использовать уменьшенный набор полей $\{\Pi_c^i(x), A_c^{\underline{b}}(x)\}$ вместо полного набора

$\left\{B_c^a(x)\right\}$. Естественно необходимо учитывать, что в лагранжиане появятся постоянные, исполняющие роль весовых множителей, такие как $1/G_N$, где G_N - гравитационная постоянная Ньютона.

5. Поляризационные поля и пропагатор векторного бозона

Пусть $n = 4$, $\upsilon = 2$, $tu = s^2$, $L_{c(k)}^{a} = L_{cb}^{a}\varepsilon_{(k)}^{b} = L_{c(k)}^{(i)}\varepsilon_{(i)}^{a}$, $L_{i(j)}^{(k)} = \zeta_i^a L_{a(j)}^{(k)}$, $L_{\underline{b}(j)}^{(k)} = \zeta_{\underline{b}}^{a} L_{a(j)}^{(k)}$, так что полный лагранжиан (25) перепишется следующим образом

$$\Lambda_t = \Lambda(\Psi, D\Psi) + \frac{1}{4}\eta^{(j)(m)}\Big[\kappa_\circ \eta_{\underline{a}\underline{b}}\eta^{(i)(k)} E_{(i)(j)}^{\underline{a}} E_{(k)(m)}^{\underline{b}} + \\ + \kappa_1\Big(\eta_{(k)(n)}\eta^{(i)(l)} F_{(i)(j)}^{(k)} F_{(l)(m)}^{(n)} + 2F_{(i)(j)}^{(k)} F_{(k)(m)}^{(i)} - 4F_{(i)(j)}^{(i)} F_{(k)(m)}^{(k)}\Big)\Big], \tag{36}$$

где

$$\kappa_\circ = \kappa_\circ{}' t^2, \quad \kappa_1 = \kappa_\circ{}' ts^2, \tag{37}$$

$$F_{(i)(j)}^{(k)} = F_{ab}^{c}\varepsilon_{(i)}^{a}\varepsilon_{(j)}^{b} h_c^l h_l^{(k)} = \Phi_l^{(k)} F_{mn}^{l} \Phi_{(i)}^{m}\Phi_{(j)}^{n} = \\ = \Phi_m^{(k)}\Big(\Phi_{(i)}^{l}\nabla_l \Phi_{(j)}^{m} - \Phi_{(j)}^{l}\nabla_l\Phi_{(i)}^{m}\Big) + \Phi_{(i)}^{l} L_{l(j)}^{(k)} - \\ - \Phi_{(j)}^{l} L_{l(i)}^{(k)} + A_{(i)}^{\underline{c}} L_{\underline{c}(j)}^{(k)} - A_{(j)}^{\underline{c}} L_{\underline{c}(i)}^{(k)}, \tag{38}$$

$$E_{ij}^{\underline{a}} = E_{(k)(l)}^{\underline{a}}\Phi_i^{(k)}\Phi_j^{(l)} = \xi_d^{\underline{a}} F_{bc}^{d}\varepsilon_{(k)}^{b}\varepsilon_{(l)}^{c}\Phi_i^{(k)}\Phi_j^{(l)} = \\ = \nabla_i A_j^{\underline{a}} - \nabla_j A_i^{\underline{a}} + C_{\underline{b}\underline{c}}^{\underline{a}} A_i^{\underline{b}} A_j^{\underline{c}} + C_{i\underline{b}}^{\underline{a}} A_j^{\underline{b}} - C_{j\underline{b}}^{\underline{a}} A_i^{\underline{b}} + C_{ij}^{\underline{a}}, \tag{39}$$

$$\Phi_{(i)}^{k} = \Pi_a^k \varepsilon_{(i)}^{a}, \qquad A_i^{\underline{b}} = A_c^{\underline{b}}\Pi_i^c = A_{(j)}^{\underline{b}}\Phi_i^{(j)}, \tag{40}$$

$$C_{\underline{a}\underline{b}}^{\underline{c}} = \xi_g^{\underline{c}} C_{ed}^{g}\zeta_{\underline{a}}^{e}\zeta_{\underline{b}}^{d}, \quad C_{i\underline{a}}^{\underline{c}} = \xi_e^{\underline{c}}\Big(C_{bd}^{e}\zeta_i^b\zeta_{\underline{a}}^{d} + \nabla_i\zeta_{\underline{a}}^{e}\Big), \\ C_{ij}^{\underline{a}} = \xi_c^{\underline{a}}\Big(C_{bd}^{c}\zeta_i^b\zeta_j^d + \nabla_i\zeta_j^c - \nabla_j\zeta_i^c\Big). \tag{41}$$

В результате уравнения полей $\Phi_{(j)}^{i}(x)$ можно получить стандартным образом [11] в виде гравитационных уравнений Эйнштейна

$$R_{jik}{}^{j} - \frac{1}{2} g_{ik} g^{lm} R_{jlm}{}^{j} = \\ \frac{1}{2\kappa_1}\left[g_{kj}\frac{\partial\Lambda}{\partial D_j\Psi} D_i\Psi - g_{ik}\Lambda + \kappa_\circ\eta_{\underline{a}\underline{b}} g^{jl}\left(E_{ij}^{\underline{a}} E_{kl}^{\underline{b}} - \frac{1}{4} g_{ik} g^{mn} E_{mj}^{\underline{a}} E_{nl}^{\underline{b}}\right)\right] \tag{42}$$

($R_{ijk}{}^{l}$ - тензор кривизны связности Γ_{ij}^{k} риманова пространства-времени $\overset{\circ}{M}_n$;

$\kappa_\circ = 1/(4\pi)$, $\kappa_1 = 1/(16\pi G_N)$). Естественно, что уравнения Эйнштейна лишь отражают физическое состояние материи. Все это подтверждает возможность для интерпретации полей $\Phi^i_{(j)}(x)$ или полей $\Phi^{(j)}_i(x)$ в качестве гравитационных потенциалов, но, учитывая зависимость их от свойств среды (вакуума), а также исторически сложившееся мнение считать компоненты $g_{ij}(x)$ метрического тензора пространства-времени потенциалами гравитационного поля, имеет смысл называть $\Phi^i_{(j)}(x)$ и $\Phi^{(j)}_i(x)$ поляризационными полями. Именно данные поля, описывающие медленную подсистему, можно спрятать, вводя риманову структуру пространства-времени, тем самым, получая возможность применять методы дифференциальной геометрии при сжатом описании физических систем не только в космологии, но и в физике элементарных частиц [12].

Рассмотрим приближение, в котором пространство-время можно считать пространством Минковского, поля $\Phi^{(k)}_i$, $\Phi^i_{(k)}$ являются постоянными и пусть $\underline{r} = 1$, что предполагает $C^{c}_{\underline{ab}} = 0$. Для получения уравнений поля $A^{\underline{b}}_i(x)$ в фейнмановской теории возмущений калибровка должна быть фиксирована, для чего добавим к лагранжиану (36) следующее слагаемое:

$$\Lambda_q = \frac{\kappa_\circ}{2} q_{\underline{bb}}\, g^{ij} g^{kl} \left(\partial_i A^{\underline{b}}_j - q_\circ C_i A^{\underline{b}}_j\right)\left(\partial_k A^{\underline{b}}_l - q_\circ C_k A^{\underline{b}}_l\right), \tag{43}$$

где $q_\circ = \eta_{\underline{bb}} / q_{\underline{bb}}$, $C_i = C^{\,b}_{i\underline{b}}$. Кроме того, пусть:

$$T_{a\,(k)}^{\;(i)} \eta^{(j)(k)} + T_{a\,(k)}^{\;(j)} \eta^{(i)(k)} = \varepsilon^{\underline{b}}_{a} t_{\underline{b}} \eta^{(i)(j)} . \tag{44}$$

В результате уравнения векторного поля $A^{\underline{b}}_i(x)$ запишутся в виде:

$$g^{jk}\left[\partial_j \partial_k A^{\underline{a}}_i - (1 - 1/q_\circ)\partial_i \partial_j A^{\underline{a}}_k + (1 - q_\circ) C_i C_j A^{\underline{a}}_k\right] + m^2 A^{\underline{a}}_i = I^{\underline{a}}_i / \kappa_\circ , \tag{45}$$

где $I^{\underline{a}}_i = \dfrac{g_{ij}}{\eta_{\underline{aa}}} \dfrac{\partial \Lambda(\Psi)}{\partial A^{\underline{a}}_j}$ и

$$m^2 = (n-1)(n-2)\kappa_1 t^2_{\underline{a}} / (2\kappa_\circ \eta_{\underline{aa}}) - g^{jk} C_j C_k . \tag{46}$$

Отметим, что вследствие поляризации вакуума ($C_i \neq 0$) пропагатор векторного бозона имеет довольно громоздкий вид [12]

$$D_{ij}(p) = \left(p^m p_m - m^2\right)^{-1} \Bigg[- g_{ij} + \\ + (1 - q_\circ)\frac{(p_i p_j - C_i C_j)\left(p^k p_k - q_\circ m^2\right) + (1 - q_\circ) p^k C_k (p_i C_j + C_i p_j)}{\left(p^l p_l - q_\circ m^2\right)^2 + (1 - q_\circ)^2 \left(p^l C_l\right)^2}\Bigg], \tag{47}$$

который упрощается и принимает знакомую форму ($- g_{ij} / (p^k p_k - m^2)$, p^k -

4-импульс, а m - масса векторного бозона) лишь в фейнмановской калибровке ($q_\circ = 1$). Данный пропагатор позволяет построить перенормируемую квантовую теорию слабых взаимодействий ($D_{ij}(p) \to 0$, при $p \to \infty$), не привлекая гипотетические скалярные поля (поиск скалярных бозонов Хиггса, предсказанных в стандартной модели электрослабых взаимодействий, уже более четверти века является безуспешным). Отсюда можно сделать вывод, что элементарные частицы необходимо изначально рассматривать как сложные физические системы, для корректного описания которых необходимо привлекать также и поляризационные поля. Поляризационные поля могут интерпретироваться как поля описывающие «шубу», состоящую из виртуальных частиц, окружающих первичную «голую» частицу.

References

[1] H.V. Klapdor-Kleingrothaus, K. Zuber. *Teilchenastrophysik.* (B.G. Teubner GmbH, Stuttgart, 1997).

[2] Гинзбург В Л, Ландау Л Д *ЖЭТФ* **20** 1064 (1950).

[3] Taylor J C *Gauge Theories of Weak Interactions,* (Cambridge, London, New York, Melbourne: Cambridge University Press, 1976)

[4] Миранский В А, Фомин П И *ЭЧАЯ* **16** Вып. 3 469 (1985).

[5] Иоффе Б Л *УФН* **176** 1103 (2006).

[6] CDF Collaboration. *Study of multi-muon events produced in p-pbar collisions at sqrt(s)=1.96 TeV.* Preprint arXiv:0810.5357 (29 October 2008).

[7] Feynman R.P., Hibbs A.R., *Quantum Mechanics and Path Integrals*, New York, 1965.

[8] Д.И. Блохинцев, *Принципиальные вопросы квантовой механики* (М.: Наука, 1987).

[9] Мальцев А.И., *Математический сборник*. **36**, № 3, 569 (1955).

[10] Koryukin V.M. *On the Higgs mechanism and the gauge field theory.* Preprint arXiv.0801.0694 physics.gen-ph (physics.hep-ph).

[11] Корюкин В.М. *Квазигрупповые симметрии в теории фундаментальных взаимодействий.* (Йошкар-Ола: МарГТУ, 2004).

[12] В.М. Корюкин, *ЯФ* **54** (1991) № 1(7), 289.